Berufsschulzentrum am Westerberg…Stüvestraße 35 49076 Osnabrück

Fachoberschule / 2-j. BFS GTA
Team Mathematik

Schuljahr 2022/2023

Einstiegstest Lösungen / Lösungswege

Eingangsvoraussetzungen für die Fachoberschulen Klasse 12 und VFG I
im Fach Mathematik

Name: Klasse: Datum: .

Zeit: 90 Minuten **Prozent:**

→ **Formelsammlung siehe unten im Anhang (Seite 3)!**
→ **Übernehmen Sie bitte die Nummerierungen der Aufgaben und notieren Sie Ihre Rechnungen übersichtlich auf Ihrem karierten Papier!**

1. Termumformungen

1.1 Fassen Sie folgenden Term soweit wie möglich zusammen:

$12\,a + 5\,b – 6 – 8\,b – 11\,a = \underline{a – 3\,b – 6}$ 2 P.

1.2 Vereinfachen Sie den Term (math. Ausdruck):

a) $15\,x^2 – 6\,x + 18\,y^2 – 4\,y + 5\,y – 8\,x^2 + 14\,y^2 = \underline{7\,x^2 + 32\,y^2 - 6\,x + y}$ 2 P.

b) $10\,a – (9\,b + 2\,c – 4\,a) – [10\,b – (8\,b – 6\,a)] + 7\,c =$
$10\,a – 9\,b – 2\,c + 4\,a – [10\,b – 8\,b + 6\,a] + 7\,c =$
$14\,a – 9\,b + 5\,c – [2\,b + 6\,a] = 14\,a – 9\,b + 5\,c – 2\,b – 6\,a = \underline{8\,a – 11\,b + 5\,c}$
4 P.

1.3 Multiplizieren Sie die Klammern aus und fassen Sie zusammen.

a) $6\,(3\,a – 5\,b) – 4\,(11\,a – 8\,b) = 18\,a – 30\,b – 44\,a + 32\,b = \underline{- 26\,a + 2b}$
3 P.

b) $(10\,x + 2\,y)\,(7\,x + 9\,y) =$
$70\,x^2 + 90\,x\,y + 14\,x\,y + 18\,y^2 = \underline{70\,x^2 + 104\,x\,y + 18\,y^2}$ 3 P.

c) $100\,x^2 – 5\,(6\,x – 4\,y)\,(2\,x – 3\,y) = 100\,x^2 - 5\,(12\,x^2 - 18\,x\,y – 8\,x\,y + 12\,y^2)$
$= 100\,x^2 - 5\,(12\,x^2 - 26\,x\,y + 12\,y^2) = 100\,x^2 - 60\,x^2 + 130\,x\,y – 60\,y^2$
$\underline{= 40\,x^2 + 130\,x\,y – 60\,y^2}$ 4 P.

2. Faktorisieren / Klammern Sie aus:

a) $25\,a\,x + 15\,b\,x + 20\,c\,x \underline{= 5\,x\,(5\,a + 3\,b + 4\,c)}$ 3 P.
b) $8\,a\,x^4 – 64\,a\,x^3 – 24\,a\,x^2 = \underline{8\,a\,x^2\,(x^2 - 8\,x – 3)}$ 3 P.

3. Binomische Formeln

3.1 Lösen Sie **mit Hilfe der binomischen Formeln** auf:

a) $(8x - 10)^2 = (8x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 10 + 10^2 = \underline{\underline{64x^2 - 160x + 100}}$ 3 P.

b) $5(3x + 4y)(3x - 4y) = 5[(3x)^2 - (4y)^2] = 5[9x^2 - 16y^2] = \underline{\underline{45x^2 - 80y^2}}$ 3 P.

3.2 Stellen Sie den jeweils folgenden mathematischen Ausdruck/ Term mit Hilfe der **Binomischen Formeln** als Produkt dar:

a) $36x^2 + 60xy + 25y^2 = (6x)^2 + 2(6x)(5y) + (5y)^2 = \underline{\underline{(6x + 5y)^2}}$ 3 P

b) $81a^2 - 16b^2 = \underline{\underline{(9a - 4b)(9a + 4b)}}$ 3 P.

3.3 Ergänzen Sie zum Binom:

a) $x^2 - 40xy$ ____ = (__________ $)^2$

$x^2 - 40xy \underline{\underline{+ 20^2}} = \underline{\underline{(x - 20)^2}}$ 3 P.

4. Brüche/ Bruchterme

4.1 Berechnen und vereinfachen Sie: (mit Rechenweg bitte!)

a) $2\frac{3}{5} - \frac{6}{7} = \frac{13}{5} - \frac{6}{7} = \frac{91-30}{35} = \frac{61}{35} = 1\frac{26}{35}$ 3 P.

b) $\frac{2}{3a} + \frac{3}{5a} - \frac{7}{10a} = \frac{20+18-21}{30a} = \frac{17}{30a}$ 3 P.

c) $\frac{3a^2}{4b} : \frac{9a}{16b} = \frac{3a^2}{4b} \cdot \frac{16b}{9a} = \frac{4a}{3} = \frac{4}{3}a = 1\frac{1}{3}a$ 3 P.

4.2 Beurteilen Sie, ob Folgendes richtig ist (mit Begründung):

a) $\frac{3}{5} > \frac{2}{3}$ falsch, denn $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$

b) $\frac{1}{3} < \frac{2}{7}$ falsch, denn $\frac{7}{21} > \frac{6}{21}$

(je 1 P.) 2 P.

5. Potenzen

Fassen Sie zusammen,
multiplizieren, dividieren bzw. potenzieren Sie dabei die Potenzzahlen:

a) $x^5 \cdot x^3 \cdot x^2 = x^{5+3+2} = \underline{\underline{x^{10}}}$ 2 P.

b) $8a^3 \cdot 4a^2 \cdot 5a = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot a^{3+2+1} = \underline{\underline{160a^6}}$ 2 P.

c) $40(a^5\ b^6) : (4a^2\ b^4) = 10\ a^{5-2}\ b^{6-4} = \underline{\underline{10a^3\ b^2}}$ 2 P.

d) $(-4a^3)^2 = (-4)^2 \cdot (a^3)^2 = \underline{\underline{16a^6}}$ 2 P.

6. Lineare Gleichungen/ Gleichungssysteme

6.1 a) Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$x + 4x - 24 = 12x - 22 - 3x$

$$\begin{aligned} 5x - 24 &= 9x - 22 \\ 5x &= 9x + 2 \\ -4x &= 2 \\ x &= -\frac{1}{2} = -0{,}5 \end{aligned}$$

3 P.

b) Stellen Sie folgende Gleichung um in die Form $y = a x + b$:

$$\begin{aligned} 9x + 3y - 18 &= 0 \\ 3y &= -9x + 18 \\ \underline{\underline{y}} &\underline{\underline{= -3x + 6}} \end{aligned}$$

3 P.

6.2 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem:

I) $| 6x + 2y = 8 \quad |$

II) $| 9x + 5y = -10 \quad |$

Eine Lösungsmöglichkeit ist das Anwenden des Gleichsetzungsverfahren: y = y

aus I) $2y = -6x + 8$
$y = -3x + 4$

aus II) $5y = -9x - 10$
$y = -1{,}8x - 2$

$$\begin{aligned} -3x + 4 &= -1{,}8x - 2 \\ -1{,}2x &= -6 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 5}} \end{aligned}$$

Berechnen des y-Wertes mit I) oder II)
hier mit I) $y = -3 \cdot 5 + 4 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{y = -11}}$

5 P.

7. Quadratische Gleichungen

Lösen Sie die Gleichungen nach x auf:

a) $2x^2 + 20x - 28 = 0$ Das Ergebnis bitte auf 2 Stellen hinter dem Komma runden!

$x^2 + 10x - 14 = 0$ p = 10, q = - 14

$$x_{1;2} = -5 \pm\sqrt{25 + 14}$$

$$= -5 \pm\sqrt{39}$$

$$x_1 = -5 + 6{,}24 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 1{,}24}}$$

$$x_2 = -5 - 6{,}24 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -11{,}24}}$$

Diese Gleichung könnte auch mit der quadratischen Ergänzung gelöst werden.

5 P.

b) $8x^2 + 8 = 400$

$$\begin{aligned} 8x^2 &= 392 \\ x^2 &= 49 \\ \underline{\underline{x_{1;2}}} &\underline{\underline{= \pm 7}} \end{aligned}$$

Die Gleichung ist auch mit p/q-Formel (p = 0, q = 49) oder
mit quadratischer Ergänzung lösbar.

3 P.

8. Funktionen

8.1 Lineare Funktionen: Gegeben ist die Funktion $\mathbf{g_1: y = -\frac{2}{5}x + 3}$

a) Zeichnen Sie die Gerade g_1 in ein Koordinatensystem.

Vgl.: Steigung der Gerade ist $-\frac{2}{5}$ (Gefälle!), die Schnittstelle mit der y-Achse b = 3

3 P.

b) **Berechnen** Sie die Schnittpunkte der Geraden mit der x-Achse.

Dafür gilt: Die y-Koordinate muss 0 sein! $0 = -\frac{2}{5}x + 3$

$-3 = -\frac{2}{5}x$

$-3 \cdot (-\frac{5}{2}) = x \quad \Rightarrow x = \frac{15}{2} = 7{,}5$

Der Schnittpunkt mit der x-Achse lautet S_x (7,5 / 0).

4 P.

c) **Berechnen** Sie den Schnittpunkt der gegebenen Geraden g_1 mit der Geraden $\mathbf{g_2: y = \frac{3}{5}x - 2}$

Lösungsweg mit dem Gleichsetzungsverfahren: y = y

$\mathbf{-\frac{2}{5}x + 3 = \frac{3}{5}x - 2}$

$\mathbf{-\frac{2}{5}x - \frac{3}{5}x = -2 - 3}$

$-\frac{5}{5}x = -5 \quad \Rightarrow -1x = -5$

$\underline{\underline{x = 5}}$ Berechnung der y-Koordinate mit g_1 oder g_2,

hier mit g_1: $y = -\frac{2}{5}(-5) + 3 \quad \Rightarrow y = -2 + 3 = 1$

Der Schnittpunkt der beiden Geraden miteinander lautet P (5 / 1).

5 P.

d) Zeichnen Sie die Punkte A (3 / 5) und B (-2 / -1) in Ihr Koordinatensystem (s. Aufgabe a) und **berechnen** Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_3, die durch die Punkte A und B verlaufen soll.

Gesucht: y = m x + b, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-5}{-2-3} = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

$y = \frac{6}{5}x + b$

A einsetzen => $5 = \frac{6}{5}\,3 + b$

$5 = \frac{18}{5} + b$

$5 - \frac{18}{5} = b$

$\frac{25-18}{5} = b \Rightarrow b = \frac{7}{5} = 1{,}4$

4 P.

Die Funktionsgleichung lautet: $y = \frac{6}{5}x + 1{,}4$ oder $y = 1{,}2x + 1{,}4$.

8.2 **Quadratische Funktionen**: Gegeben ist die Funktion f mit **$y = x^2 - 5x + 6$**

a) Berechnen Sie die y-Koordinaten zu den folgenden Punkten:
A (- 2 / ?), B (0 /?), C (6/?)

y = f (-2) = $(-2)^2$ - 5 (-2) + 6 = 20 => A (-2 / 20)
B (0 / 6), C (6 / 12)

3 P.

b) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion (= Schnittstellen mit der x-Achse).

Dafür muss der y-Wert 0 sein, also y = 0 setzen => $0 = x^2 - 5x + 6$ p = - 5, q = 6

$x_{1;2} = -(-2{,}5) \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 6}$

$= 2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}$

$x_1 = 2{,}5 + 0{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 3}}$
$x_2 = 2{,}5 - 0{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = 2}}$

4 P.

$\underline{\underline{\sum 100 \text{ P}}}$

<u>Anhang: Formelsammlung</u>

Binomische Formeln: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Quadratische Gleichung: $0 = x^2 + px + q$ → $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Lineare Funktion: $y = mx + b$