



Fachoberschulen / 2-j. BFS VFG
Team Mathematik

Schuljahr 2021/2022

Einstiegstest **Lösungen / Lösungswege**

Eingangsvoraussetzungen für die Fachoberschule Klasse 12 und GTA I
im Fach Mathematik

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Zeit: 90 Minuten

Prozent:

- **Formelsammlung siehe unten im Anhang (Seite 3)!**
- **Übernehmen Sie bitte die Nummerierungen der Aufgaben und notieren Sie Ihre Rechnungen übersichtlich auf Ihrem karierten Papier!**

1. Termumformungen

1.1 Fassen Sie folgenden Term soweit wie möglich zusammen:

$$14x + 7b - 5 - 9x - 10b = \underline{5x - 3b - 5} \quad 2 \text{ P.}$$

1.2 Vereinfachen Sie den Term (math. Ausdruck):

$$\text{a) } 12uv - 8u^2 + v + 5u^2 - 3uv - 4v = \underline{9uv - 3u^2 - 3v} \quad 2 \text{ P.}$$

$$\text{b) } (5a + 8b) - [(3a - 6b) - (5a + 7b)] - 4c = \underline{5a + 8b - [3a - 6b - 5a - 7b]}$$

$$- 4c = \underline{5a + 8b - [-2a - 13b] - 4c = 5a + 8b + 2a + 13b - 4c = 7a + 21b - 4c}$$

4 P.

1.3 Multiplizieren Sie die Klammern aus und fassen Sie zusammen.

$$\text{a) } 4(2u - 3v) - 6(9u - 5v) = \underline{8u - 12v - 54u + 30v} \\ = \underline{-46u + 18v} \quad 3 \text{ P.}$$

$$\text{b) } (3m - 4n)(5x - 3y) = \underline{15mx - 9my - 20nx + 12ny} \quad 3 \text{ P.}$$

$$\text{c) } 91x^2 - 3(4x - 6y)(7x + 5y) = \underline{91x^2 - 3(28x^2 + 20xy - 42xy - 30y^2)}$$

$$= \underline{91x^2 - 3(28x^2 - 22xy - 30y^2) = 91x^2 - 84x^2 + 66xy + 90y^2}$$

$$= \underline{7x^2 + 66xy + 90y^2} \quad 4 \text{ P.}$$

2. Faktorisieren / Klammern Sie aus:

a) $21xy + 15xz + 9cx = \underline{3x(7y + 5z + 3c)}$ 3 P.

b) $12p^3x^5 - 54p^2x^3 - 24px^2 = \underline{6px^2(2p^2x^3 - 9px - 4)}$ 3 P.

3. Binomische Formeln

3.1 Lösen Sie mit Hilfe der binomischen Formeln auf:

a) $(4 - 6u)^2 = 4^2 - 2 \cdot 6u \cdot 4 + (6u)^2 = \underline{16 - 48u + 36u^2}$ 3 P.

b) $8\left(\frac{1}{2}a - 5b\right)\left(\frac{1}{2}a + 5b\right) = 8\left(\frac{1}{4}a^2 - 25b^2\right) = \underline{2a^2 - 200b^2}$ 3 P.

3.2 Stellen Sie den jeweils folgenden mathematischen Ausdruck/ Term mit Hilfe der **Binomischen Formeln** als Produkt dar:

a) $9m^2 - 48mn + 64n^2 = (3m)^2 - 2(3m)(8n) + (8n)^2 = \underline{(3m - 8n)^2}$ 3 P.

b) $25 - 4x^2 = \underline{(5 - 2x)(5 + 2x)}$ 3 P.

3.3 Ergänzen Sie zum Binom:

a) $x^2 - 40xy \quad \underline{\quad} = (\underline{\quad})^2$
 $x^2 - 40xy + \underline{400y^2} = \underline{(x - 20y)^2}$ 3 P.

4. Brüche/ Bruchterme

4.1 Berechnen und vereinfachen Sie: (mit Rechenweg bitte!)

a) $5\frac{1}{2} - 2\frac{2}{7} = \frac{11}{2} - \frac{16}{7} = \frac{77-32}{14} = \frac{45}{14} = 3\frac{3}{14}$ 3 P.

b) $\frac{8+q}{3q} - \frac{3}{6q} + \frac{7}{12} = \frac{4(8+q)-6+7q}{12q} = \frac{32+4q-6+7q}{12q} = \frac{26+11q}{12q}$ 3 P.

c) $\frac{12xy^2}{49z} : \frac{16y}{21xz} = \frac{12xy^2}{49z} \cdot \frac{21xz}{16y} = \frac{9x^2y}{28}$ 3 P.

4.2 Beurteilen Sie, ob Folgendes richtig ist (mit Begründung):

a) $\frac{4}{7} > \frac{5}{8}$ falsch, denn $\frac{32}{56} < \frac{35}{56}$ b) $\frac{3}{5} < \frac{4}{7}$ falsch, denn $\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$
(je 1 P.) 2 P.

5. Potenzen

Fassen Sie zusammen,
multiplizieren, dividieren bzw. potenzieren Sie dabei die Potenzzahlen:

$$a) a^4 \cdot a^3 \cdot a^2 = a^{4+3+2} = \underline{a^9}$$

2 P.

$$b) 3 u^4 \cdot 7 u^2 \cdot 6 u^{-1} = 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot u^{4+2-1} = \underline{126 u^5}$$

2 P.

$$c) 16 x^5 y^{-6} : (4 x^3 y^{-2}) = 4 x^{5-3} y^{-6+2} = \underline{4 x^2 y^{-4}}$$

2 P.

$$d) -(-2 v^5)^3 = -(-2)^3 \cdot (v^5)^3 = \underline{8 v^{15}}$$

2 P.

6. Lineare Gleichungen/ Gleichungssysteme

6.1 a) Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$$7x - (16 - 3x) = 9x - 13$$

$$7x - 16 + 3x = 9x - 13$$

$$10x - 16 = 9x - 13 \quad | -9x \quad | +16$$

$$\underline{x = 3}$$

3 P.

b) Stellen Sie folgende Gleichung um in die Form $y = a x + b$:

$$-4x + 8y + 24 = 10 - 4y$$

$$12y = 4x - 14$$

$$\underline{y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{6}}$$

3 P.

6.2 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem:

$$I) \quad | 2u + 5v = 1,5 |$$

$$II) \quad | 3u - 3v = -3 |$$

Eine Lösungsmöglichkeit ist das Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens: $v = v$

$$\text{aus I) } 5v = -2u + 1,5$$

$$v = -\frac{2}{5}u + \frac{3}{10}$$

$$\text{aus II) } -3v = -3u + 3$$

$$v = u + 1$$

$$-\frac{2}{5}u + \frac{3}{10} = u + 1$$

$$-\frac{7}{5}u = \frac{7}{10}$$

$$\underline{u = -0,5}$$

Berechnen des y-Wertes mit I) oder II)

$$\text{hier mit I) } v = -\frac{2}{5} \cdot (-\frac{1}{2}) + \frac{3}{10} \Rightarrow \underline{v = 0,5}$$

5 P.

7. Quadratische Gleichungen

Lösen Sie die Gleichungen nach x auf:

$$a) \frac{1}{2}x^2 - 20x + 72 = 0$$

Das Ergebnis bitte auf 2 Stellen hinter dem Komma runden!

$$x^2 - 40x + 144 = 0$$

$$p = -40, q = 144$$

$$x_{1,2} = 20 \pm \sqrt{400 - 144}$$

$$= 20 \pm \sqrt{256}$$

$$x_1 = 20 + 16 \Rightarrow \underline{x_1 = 36}$$

$$x_2 = 20 - 16 \Rightarrow \underline{x_2 = 4}$$

Diese Gleichung könnte auch mit der quadratischen Ergänzung gelöst werden.

5 P.

b) $2x^2 + 3x + 5 = 50$
 $2x^2 + 3x - 45 = 0 \quad | : 2$
 $x^2 + 1,5x - 22,5 = 0$

$$\underline{x_{1,2}} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} + 22,5}$$

$$= -0,75 \pm \sqrt{23,0625}$$

$$= -0,75 \pm 4,8$$

$$\underline{x_1 = 4,05} \quad \underline{x_2 = -5,55}$$

Die Gleichung kann auch mit quadratischer Ergänzung gelöst werden.

3 P.

8. Funktionen

8.1 Lineare Funktionen: Gegeben ist die Funktion $g_1: y = -2x + 4$

a) Zeichnen Sie die Gerade g_1 in ein Koordinatensystem.

Vgl.: Steigung der Gerade ist -2 (Gefälle!), die Schnittstelle mit der y-Achse $b = 4$

3 P.

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Geraden mit der x-Achse S_x :

Dafür gilt: Die y-Koordinate muss 0 sein! S_x : Bed. $y = 0$

$$0 = -2x + 4$$

$$2x = 4$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Der Schnittpunkt mit der x-Achse lautet $S_x (2/0)$.

4 P.

c) Berechnen Sie den Schnittpunkt der gegebenen Geraden g_1 mit der Geraden $g_2: y = \frac{1}{4}x + 1$

Lösungsweg mit dem Gleichsetzungsverfahren: $y = y$

$$-2x + 4 = \frac{1}{4}x + 1$$

$$-2\frac{1}{4}x = -3$$

$$x = -3 : (-2\frac{1}{4})$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

Berechnung der y-Koordinate mit g_1 oder g_2 ,

hier mit $g_1: y = -2 \cdot \frac{4}{3} + 4 \Rightarrow y = \frac{4}{3}$

Der Schnittpunkt der beiden Geraden miteinander lautet $P (\frac{4}{3} / \frac{4}{3})$.

5 P.

- d) Zeichnen Sie die Punkte A (1 / 2) und B (3 / 5) in Ihr Koordinatensystem (s. Aufgabe a) und berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_3 , die durch die Punkte A und B verlaufen soll.

Gesucht: $y = m x + b$, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{3 - 1} = \frac{3}{2} = 1,5$

$$y = 1,5 x + b$$

A einsetzen $\Rightarrow 2 = 1,5 \cdot 1 + b$

$$2 = 1,5 + b$$

$$0,5 = b$$

Die Funktionsgleichung lautet: $g_3: y = 1,5 x + 0,5$

3 P.

8.2 Quadratische Funktionen: Gegeben ist die Funktion f mit $y = 3(x - 5)^2 - 3$

- a) Wie lautet der Scheitelpunkt der Funktion?

SP (5/-3)

1 P.

- b) Bilden Sie die Polynomdarstellung der Funktion!

$$y = 3(x^2 - 10x + 25) - 3$$

$$= 3x^2 - 30x + 75 - 3$$

$$= 3x^2 - 30x + 72$$

3 P.

- c) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion (= Schnittstellen mit der x-Achse).

Dafür muss der y-Wert 0 sein, also $y = 0$ setzen \Rightarrow

$$0 = 3x^2 - 30x + 72 \quad | :3$$

$$0 = x^2 - 10x + 24 \quad | p = -10, q = 24$$

$$x_{1,2} = -(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 24}$$

$$= 5 \pm \sqrt{1}$$

$$x_1 = 5 + 1 \Rightarrow \underline{x_1 = 6}$$

$$x_2 = 5 - 1 \Rightarrow \underline{x_2 = 4}$$

4 P.

Σ 100 P

Anhang: Formelsammlung

Binomische Formeln: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Quadratische Gleichung: $0 = x^2 + px + q \rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Lineare Funktion: $y = mx + b$